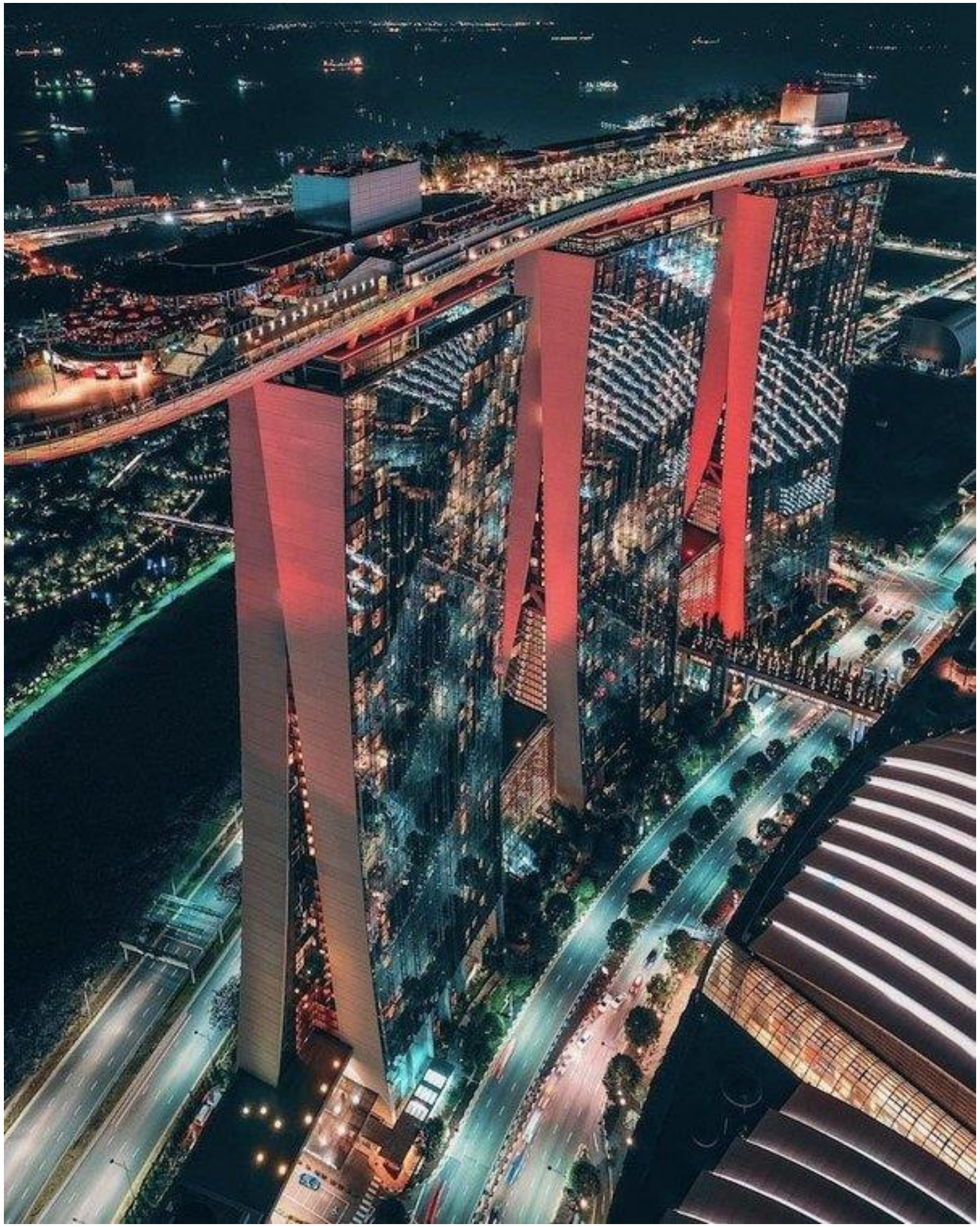


مقاومة المواد وحساب الانشاءات 1

Sem. 1

2024-2025

أ.د. نايل محمد حسن

المحاضرة الخامسة

نظام القوى والعزوم

Force and Moment System

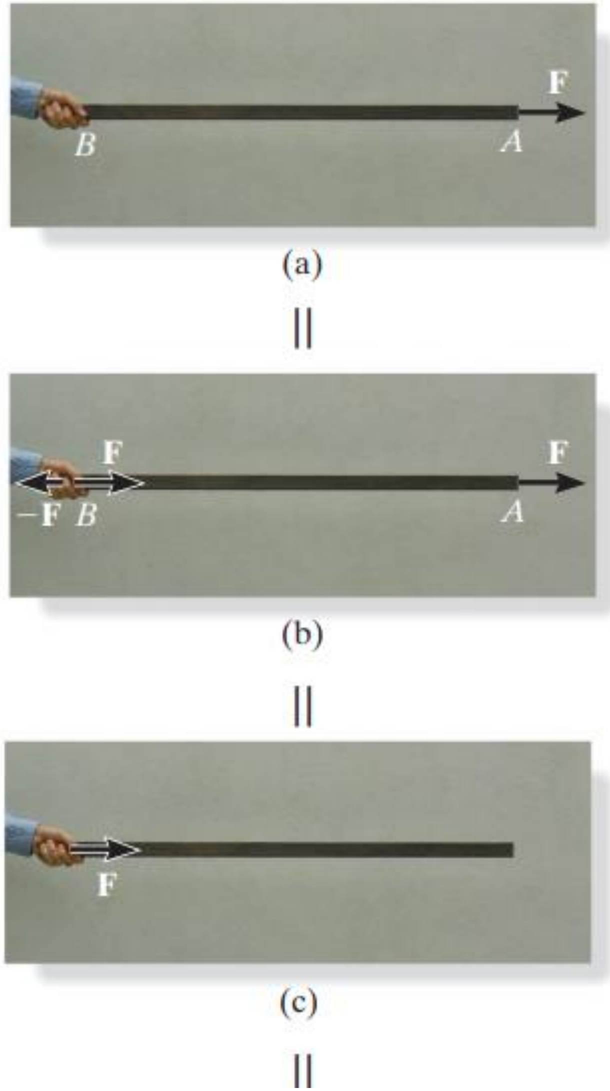
https://manara.edu.sy/

نظام القوى والعزوم المؤثر على الاجسام

- من المناسب عامة تخفيض نظام القوى والعزوم المؤثرة على جسم ما باستبداله بنظام مكافئ، مكون من قوة محصلة وعزم مزدوجة محصل
- يكون النظام مكافئ إذا كانت التأثيرات الخارجية التي ينتجها على جسم هي نفسها التي ينتجها نظام القوى والمزدوجات الاصلي".
- اذا كان الجسم حر الحركة، فإنه يشار للتأثيرات الخارجية للنظام بـ بالحركة الانتقالية والدورانية للجسم translating and rotating motion، أو
- اذا كان الجسم مسنود بالكامل، يشار اليها بردود الأفعال في المساند

مثلا لنعتبر شخص يمسك العصا (الجسم) المبين في الشكل وهي تخضع للقوة F في A، الشكل (a)،

نظام القوى والعزوم المؤثر على الاجسام



- لنعتبر شخص يمسك العصا (الجسم) المبين في الشكل وهي تخضع للقوة F في A، الشكل (a)،
- نضيف قوتين F و F– في B، وهما على نفس خط تأثير F، الشكل (b)،
- بالنتيجة نلاحظ أنه ستبقى القوة F المؤثرة في B فقط، الشكل (c)،
- نلاحظ أن القوة F انتقلت من A الى B دون أن يؤثر ذلك على تأثيرها على العصى، أي أن رد الفعل على القبضة يبقى كما هو F.
- يسمى هذا مبدأ نقل القوى principle of transmissibility، هو ينص على أن القوة المؤثرة على جسم هي شعاع منزلق، حيث يمكن تطبيقه على أي نقطة على خط تاثيره.

نظام القوى والعزوم المؤثر على الاجسام

يمكن تطبيق نفس المبدأ السابق لنقل قوة إلى نقطة ليست على خط تأثيرها، الشكل (b)،

- إذا طبقت قوة F عمودية على العصى، الشكل (a)

نضيف القوتين المتساويتين F و F– في B، الشكل (b)،

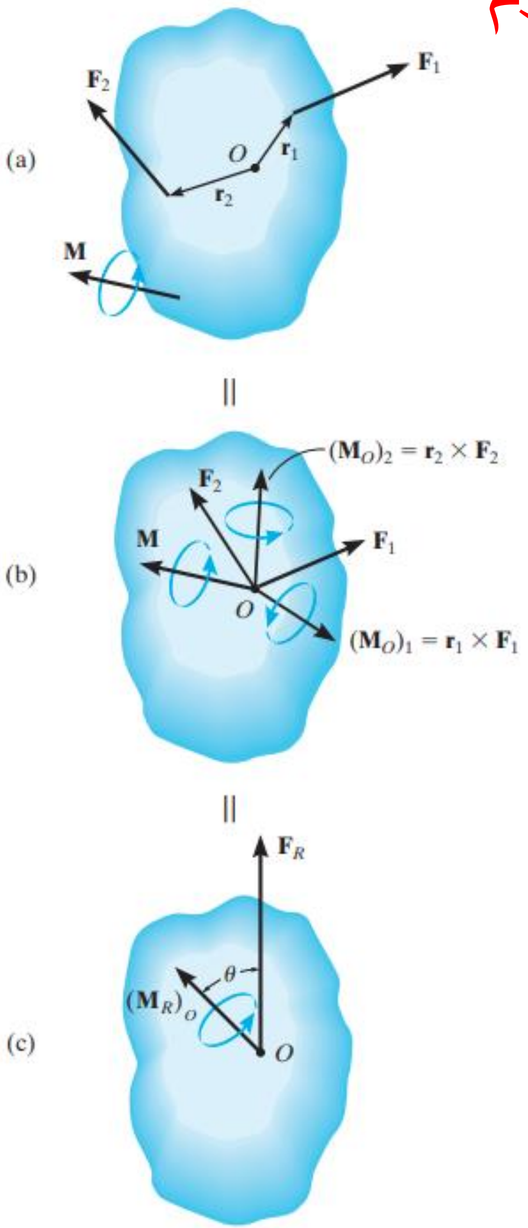
نلاحظ أن القوة F تؤثر في B فقط، الشكل (c)، والقوتين:

(+F at A and -F at B)، تشكل مزدوجة تنتج عزم M = F.d،

- بالنتيجة: يمكن نقل القوة F من A الى B، بإضافة عزم M= F.d، يحافظ على تكافؤ النظام، حيث d هي المسافة العمودين بين القوة والنقطة B

(a) (b) (c)

نظام القوى ومزدوجات العزوم



- بالاعتماد على المبدأ السابق يمكن تخفيض مجموعة القوى والمزدوجات المؤثرة على جسم ما إلى قوة وحيدة محصلة مؤثرة في o ومزدوجة عزم.
- مثلا: في الشكل (a)، النقطة o ليست على خط تأثير F1، يمكن نقل هذه القوة إلى o بإضافة عزم $(M_0)_1=r_1xF_1$
- نفس الحالة للقوة F_2، $(M_0)_2=r_2xF_2$
- باعتبار العزم M شعاع حر، ينقل الى النقطة o مباشرة
- بإجراء ذلك نحصل على نظام مكافئ، الشكل (b)، الذي يعطي نفس التأثيرات الخارجية على الجسم التي تعطيها القوى المبينة في الشكل (a).
- بإجراء الجمع للقوى والمزدوجات نحصل على الشكل (c):
  - $F_R = F_1 + F_2$ ، $(M_R)_O = M + (M_O)_1 + (M_O)_2$
- - يلاحظ أن القوة F_R مستقلة عن موضع o لانها تمثل مجموع القوى، بينما العزم $(M_R)_o$ يعتمد على موضع o لأنه تم تحديده بناء على الاشعة البعدية r_1,r_2، كما انه شعاع حر

نظام القوى ومزدوجات العزوم

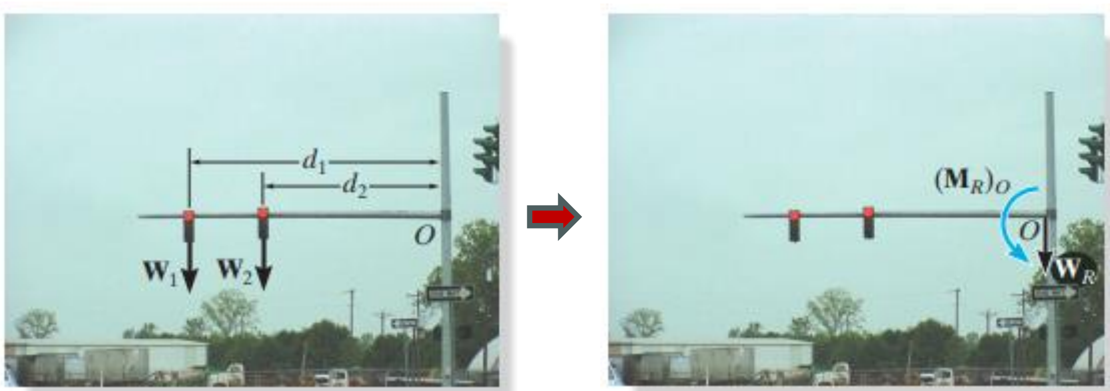
- نستطيع تعميم العلاقات السابقة لتخفيض القوى والمزدوجات إلى قوة محصلة مكافئة F_R، مؤثرة في النقطة o، وعزم مزدوجة محصل $(M_R)_O$ باستخدام العلاقات:

$$\mathbf{F}_R = \Sigma \mathbf{F}$$
$$(\mathbf{M}_R)_O = \Sigma \mathbf{M}_O + \Sigma \mathbf{M}$$

- اذا كان نظام القوى يقع في المستوي xy، و اي عزوم مزدوجات عمودية على المستوي، تصبح العلاقات السابقة كما يلي:

$$(F_R)_x = \Sigma F_x$$
$$(F_R)_y = \Sigma F_y$$
$$(M_R)_O = \Sigma M_O + \Sigma M$$

- تحدد هنا القوة المحصلة F_R من الجمع الشعاعي لمركبتيها $(F_R)_x$, $(F_R)_y$



The weights of these traffic lights can be replaced by their equivalent resultant force $W_R = W_1 + W_2$ and a couple moment $(M_R)_O = W_1 d_1 + W_2 d_2$ at the support, O. In both cases the support must provide the same resistance to translation and rotation in order to keep the member in the horizontal position.

نقاط هامة

- القوة شعاع منزلق، حيث تعطي نفس التاثير الخارجي على جسم اذا اثرت على أي نقطة تقع على خط تاثيرها.
- عزم المزدوجة هو شعاع حر، وهو ينتج نفس التأثير الخارجي على الجسم عندما يؤثر على أي نقطة من الجسم.
- عندما تنقل القوة إلى نقطة ليست على نفس خط تأثيرها، ستنتج نفس التأثير الخارجي على الجسم اذا اضيف عزم مزدوجة الى الجسم. يحدد عزم المزدوجة بأخذ عزم القوة حول النقطة.

اجراءات التحليل

تلخص الخطوات التالية حالة مكافئة قوة محصلة وعزم محصل لمجموعة قوى وعزوم تؤثر على جسم

1. حدد جملة محاور احداثية واتجاهها وحدد نقطة المبدأ
2. جمع القوى

- اذا كان نظام القوى في المستوي، حلل كل قوة الى مركبتيها حسب المحاور x و y، مع الأخذ بالاعتبار الاتجاهات الموجبة والسالبة للاشعة.
- اذا كانت القوى في الفراغ، مثّل كل قوة كشعاع ديكارتي قبل جمع القوى

3. جمع العزوم

- عند حساب العزوم لنظام القوى في المستوي حول نقطة o، من المفيد استخدام مبدا العزوم، أي حساب عزوم المركبات لكل قوة أفضل من حساب عزم القوة نفسها.
- اذا كانت القوى في الفراغ، احسب ناتج ضرب الشعاع لحساب العزم لكل قوة حول النقطة o ، تمتد هنا اشعة الموضع من النقطة o لأي نقطة على خط تأثير كل القوة

مثال 1

نستبدل نظام القوى والمزدوجات المبين في الشكل (a)، بقوة محصلة وعزم مزدوجة مكافئة في النقطة o.

الحل:

1- نفرض جملة الاحداثيات ونحلل القوى إلى مركباتها

2- جمع القوى

$$\overset{+}{\rightarrow} (F_R)_x = \Sigma F_x;$$

$$+\uparrow (F_R)_y = \Sigma F_y;$$

$$(F_R)_x = (3\text{ kN})\cos 30° + \left(\tfrac{3}{5}\right)(5\text{ kN}) = 5.598\text{ kN} \rightarrow$$

$$(F_R)_y = (3\text{ kN})\sin 30° - \left(\tfrac{4}{5}\right)(5\text{ kN}) - 4\text{ kN} = -6.50\text{ kN} = 6.50\text{ kN}\downarrow$$

نحدد شدة المحصلة F_R

$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2} = \sqrt{(5.598\text{ kN})^2 + (6.50\text{ kN})^2} = 8.58\text{ kN}$$

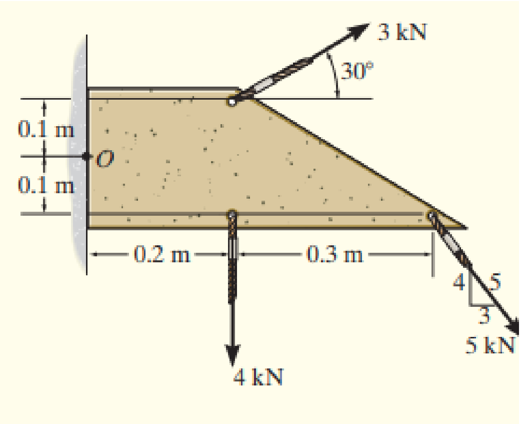
نحدد اتجاه(θ) المحصلة F_R

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{(F_R)_y}{(F_R)_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{6.50\text{ kN}}{5.598\text{ kN}}\right) = 49.3°$$

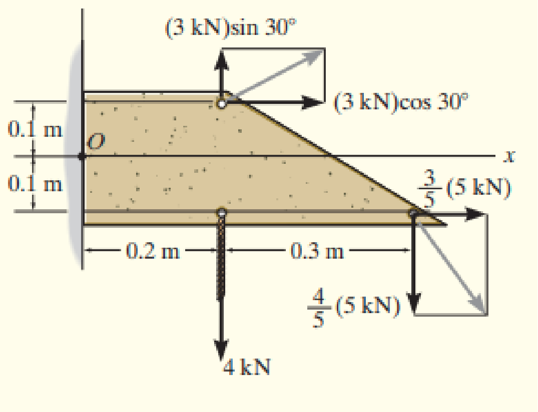
2- جمع العزوم

$$\circlearrowright + (M_R)_O = \Sigma M_O;$$

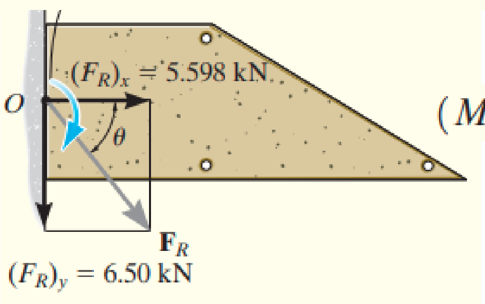
$$(M_R)_O = (3\text{ kN})\sin 30°(0.2\text{ m}) - (3\text{ kN})\cos 30°(0.1\text{ m}) + \left(\tfrac{3}{5}\right)(5\text{ kN})(0.1\text{ m})$$
$$-\left(\tfrac{4}{5}\right)(5\text{ kN})(0.5\text{ m}) - (4\text{ kN})(0.2\text{ m}) = -2.46\text{ kN}\cdot\text{m} = 2.46\text{ kN}\cdot\text{m}\circlearrowright$$



(a)

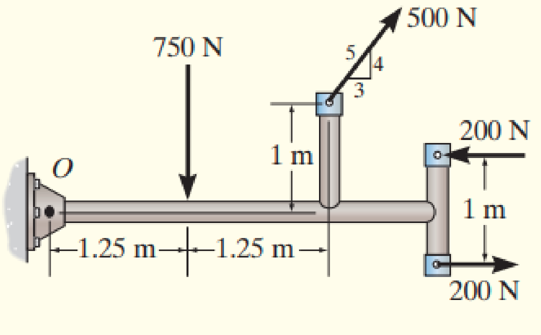


(b)



(c)

يبين الشكل (c) المحصلة والعزم المؤثر مع عقارب الساعة



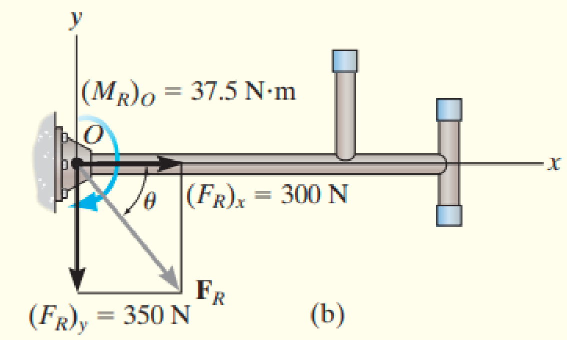
مثال 2

استبدل نظام القوى والمزدوجات المبين في الشكل (a)، بقوة محصلة وعزم مزدوجة مكافئة في النقطة o.

الحل:

1- نفرض جملة الاحداثيات ونحلل القوى إلى مركباتها

2- جمع القوى



$$(F_R)_x = \Sigma F_x; \quad (F_R)_x = \left(\tfrac{3}{5}\right)(500\ \text{N}) = 300\ \text{N} \rightarrow$$

$$(F_R)_y = \Sigma F_y; \ (F_R)_y = (500\ \text{N})\left(\tfrac{4}{5}\right) - 750\ \text{N} = -350\ \text{N} = 350\ \text{N}\downarrow$$

نحدد شدة المحصلة F_R من الشكل (b)

$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2}$$

$$= \sqrt{(300\ \text{N})^2 + (350\ \text{N})^2} = 461\ \text{N}$$

نحدد اتجاه(θ) المحصلة F_R

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{(F_R)_y}{(F_R)_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{350\ \text{N}}{300\ \text{N}}\right) = 49.4^\circ$$

2- جمع العزوم

$$\circlearrowright + (M_R)_O = \Sigma M_O + \Sigma M;$$

$$(M_R)_O = (500\ \text{N})\left(\tfrac{4}{5}\right)(2.5\ \text{m}) - (500\ \text{N})\left(\tfrac{3}{5}\right)(1\ \text{m})$$

$$- (750\ \text{N})(1.25\ \text{m}) + 200\ \text{N}\cdot\text{m}$$

$$= -37.5\ \text{N}\cdot\text{m} = 37.5\ \text{N}\cdot\text{m}\circlearrowleft$$

يبين الشكل (b) المحصلة والعزم المؤثر عكس عقارب الساعة